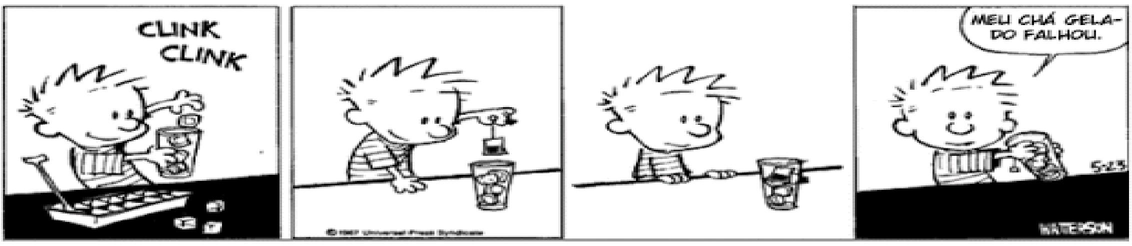
DISCIPLINA MATEMÁTICA	PERÍODO RECUPERAÇÃO ANUAL	ANO / SÉRIE / TURMA 1ª SÉRIE	PROFESSOR JOÃO DANTAS	Valor: 3,0 NOTA
Roteiro de Estudos	CURSO ENSINO MÉDIO		DATA:____/____/2019	
NOME: ____ Nº _____				

Objetos de conhecimento	Teoria dos Conjuntos Numéricos – Operações com conjuntos: Diagrama de Venn – Intersecção de conjuntos: Varal. Funções: Domínio, Imagem e operações. Função Composta e Função Inversa. Equação Exponencial. Logaritmos. Progressão Aritmética – PA e Progressão Geométrica - PG

1. Sobre **Função**, considere o texto e a tirinha a seguir.

O conceito de **função** é um dos mais importantes em toda a matemática. O conceito básico é o seguinte: toda vez que temos dois conjuntos numéricos e algum tipo de associação entre eles, que faça corresponder a todo elemento do primeiro conjunto um único elemento do segundo, ocorre uma função.
Podemos afirmar que é a relação entre duas grandezas: O Domínio D(f) e a Imagem Im(f).



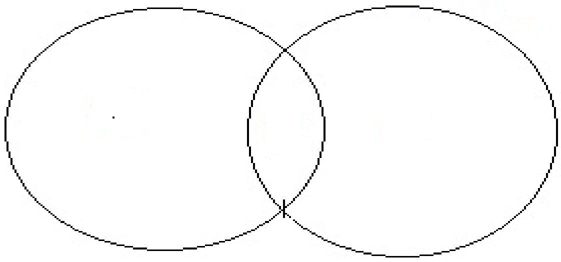
Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/>
Acesso em: 08.out.2018

De acordo com o texto acima e a tirinha podemos afirmar que o "chá gelado falhou" pois

(A) O domínio D(f) da função descrita é o gelo.
(B) A infusão do chá está em função do gelo.
(C) A infusão do chá está em função de água quente. **RESP. C**
(D) A infusão do chá está em função do copo.
(E) A imagem Im(f) da função é o gelo.

2. Numa universidade são lidos apenas dois jornais, *x* e *y*. 80% dos alunos leem o jornal *x* e 60%, o jornal *y*. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de alunos que leem ambos: **RESP. A**

(A) 40%
(B) 48%
(C) 14%
(D) 80%
(E) 60%



3. Sejam os conjuntos numéricos A, B e C.

Sabemos que:

$n(A) = 36$,
$n(B) = 30$,
$n(C) = 31$,
$n(A \cap B) = 12$,
$n(B \cap C) = 13$,
$n(A \cap C) = 6$ e
$n(A \cap B \cap C) = 4$.

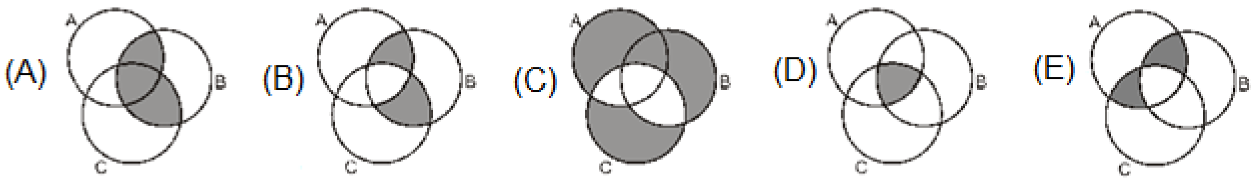
Então, o valor de $n(A \cup C) \cap B$ será

Símbolos das operações

$A \cap B$: A intersecção B
$A \cup B$: A união B
a - b: diferença de A com B
a < b: a menor que b
$a \leq b$: a menor ou igual a b
a > b: a maior que b
$a \geq b$: a maior ou igual a b
$a \wedge b$: a e b
$a \vee b$: a ou b

(A) 8
(B) 12
(C) 13
(D) 21 **RESP. D**
(E) 36

4. Sejam os conjuntos numéricos A, B e C.
O diagrama de Venn que representa a operação $[(A \cap B) - C] \cup [(C \cap B) - A]$ é: **RESP. B**



5. Dadas as funções $f(x) = 3x - \frac{1}{2}$ e $g(x) = \frac{2x}{5} + 1$, determine o valor de $f\left(\frac{1}{3}\right) - g(-2)$. **RESP. 3/10**

6. O domínio representa o campo de existência de uma função, ou seja, analisa a condição de existência dessa função. Por exemplo:
A função $f(x) = 2x + 1$ não apresenta restrição por ser linear, logo, o domínio $D(f) = \mathbb{R}$.
A função $f(x) = \frac{3}{x+1}$ apresenta restrição para $x \neq -1$, pois não há divisão por zero.

Assim sendo determine o domínio da função $f(x) = \sqrt{x-2}$. **RESP.** $\boldsymbol{D(f) = \{x \in R \ / \ x \geq 2\}}$

7. Resolver uma inequação significa determinar para quais valores da variável (x ou outra letra) a expressão dada (inequação) admita ser positiva (> 0 *ou* ≥ 0) ou negativa < 0 *ou* ≤ 0).

Quando temos mais de um conjunto de expressões numa inequação, a inequação é chamada de “inequação-produto” ou “inequação-quociente”.

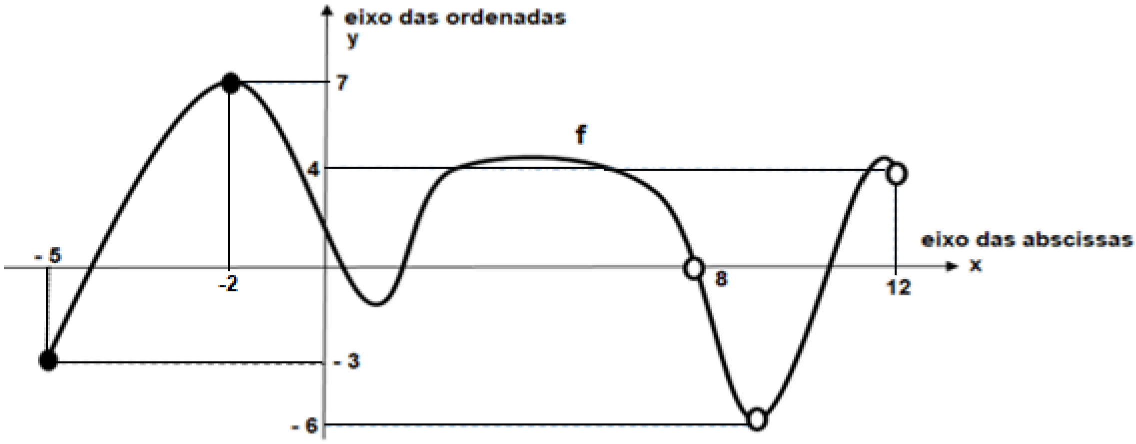
O processo técnico, mais prático, para a resolução de uma “inequação-produto” ou “inequação-quociente” é através do “QUADRO DE SINAIS”, onde analisamos o comportamento de cada expressão em forma de uma função e seus sinais.

Assim, de acordo com o texto acima e manipulação algébrica, resolva a inequação proposta:

$$\frac{(2x-12)\cdot(-x-4)}{(3x-1)} \geq 0$$

RESP. $\left\{x \in R / x \leq -4 \; ou \; \frac{1}{3} < x \leq 6\right\}$

8. O esboço gráfico seguinte representa uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
Observando o gráfico no plano cartesiano, determine o intervalo válido para o domínio D(f) e o intervalo válido para a imagem Im(f) da referida função f.



RESP. $D(f) = \{x \in R / \leq x < 12, com \; x \neq 8\}$ $\quad Im(f) = \{y \in R / \leq 7\}$

9. O DIAGRAMA DE VENN é uma preciosa ferramenta para o cálculo algébrico. Consiste em preencher os conjuntos, indicados no quadrilátero, de acordo com as informações contidas na tabela. É importante lembrar que os preenchimentos ocorrem, primeiramente, nas intersecções.

Conforme descrito acima, procure analisar e calcular a situação proposta abaixo.

Numa academia de ginástica que oferece várias opções de atividades físicas, foi feita uma pesquisa para saber o número de pessoas matriculadas em alongamento, hidroginástica e musculação, chegando-se ao resultado expresso na tabela a seguir:

Atividade	Número de pessoas matriculadas
Alongamento	109
Hidroginástica	203
Musculação	162
Alongamento e Hidroginástica	25
Alongamento e Musculação	28
Hidroginástica e Musculação	41
As três atividades	5
Outras atividades	115

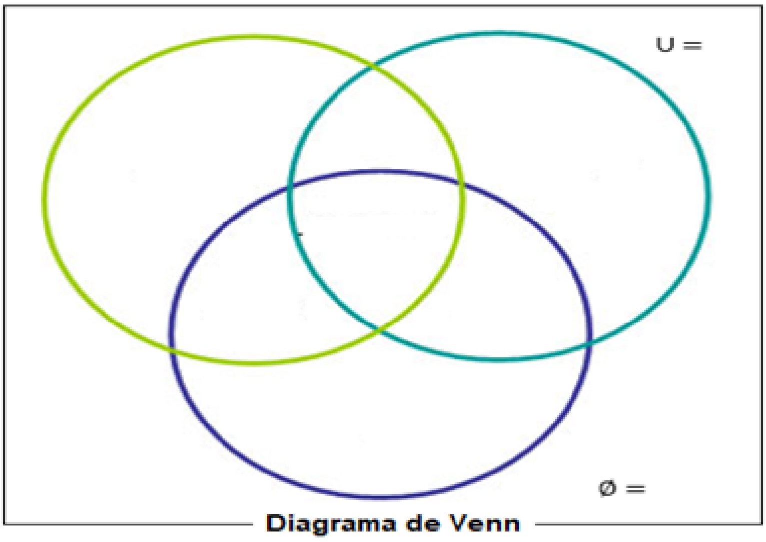


Diagrama de Venn

Com base nessas informações, pode-se concluir:
(01) A pesquisa envolveu 500 pessoas.
(02) 61 pessoas estavam matriculadas apenas em alongamento.
(04) 259 pessoas estavam matriculadas em alongamento ou musculação.
(08) 89 pessoas estavam matriculadas em pelo menos duas das atividades indicadas na tabela.

(16) O número de pessoas matriculadas apenas em hidroginástica corresponde a 147.

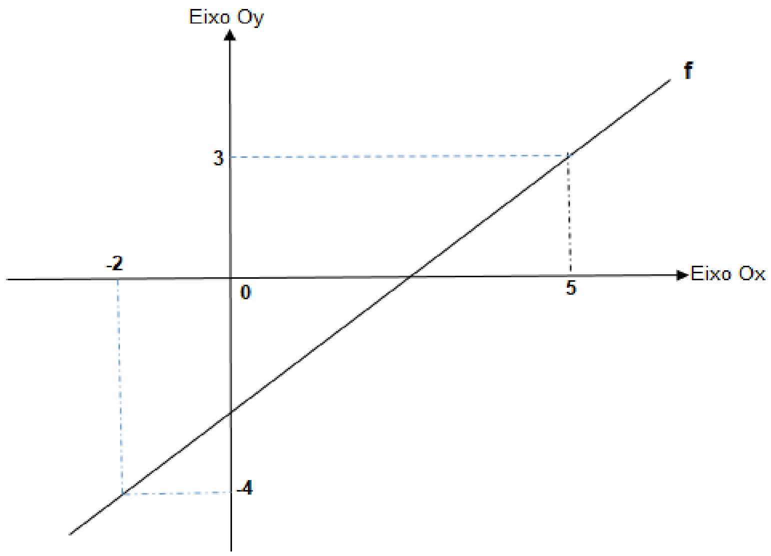
RESP. 01 + 02 = 3

10. Chama-se função polinomial do 1º grau a qualquer função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por uma lei de formação $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais e $a \neq 0$.

    O gráfico de uma função do 1º grau é uma reta oblíqua aos eixos Ox (eixo das abscissas) e Ou (eixo das ordenadas).

    A declividade da reta é analisada através do coeficiente a da função $f(x) = ax + b$.

    O gráfico de uma função $f(x)$ está representado abaixo:



Sendo f uma função do 1º grau (veja a reta), estude a variação de sinal de $f(x)$, ou seja:

a) $f(x) > 0$, para:.. **RESP. x > 2**

b) $f(x) = 0$, para:.. **RESP. x = 2**

c) $f(x) < 0$, para:.. **RESP. x < 2**

11. Logaritmo é uma função matemática que está baseada nas propriedades da potenciação e exponenciação. O valor do logaritmo corresponde ao **expoente que se deve elevar uma determinada base, positiva e diferente de 1, para que o resultado seja igual a um número positivo b.**

    Para melhor compreender o conceito do logaritmo, faz-se necessário a observação da **fórmula da equação logarítmica**: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$.

    Os logaritmos apresentam algumas propriedades operatórias que facilitam as operações que os envolvem. O quadro abaixo apresenta algumas dessas propriedades:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \qquad \log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b$$

$$\log_a(b \div c) = \log_a b - \log_a c \qquad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},\ \text{com } \log_c a \neq 0$$

$$\operatorname{colog}_b N = -\log_b N \qquad \log_b N = \frac{\log N}{\log b}$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_a a = 1 \qquad \log_b a \cdot \log_a b = 1$$

De acordo com o texto acima e, usando os valores de $\log 2 = 0{,}301$ e $\log 3 = 0{,}477$, o valor de $\log_3 50$ será, aproximadamente.

(A) 3,559. **RESP. A**
(B)35,597.
(C) 2,477.
(D) 0,899.
(E) 1,457.

12. Um dos objetivos da equação exponencial é igualar as duas bases para trabalhar com os seus expoentes, encontrando, assim, a solução da equação.

De acordo com o texto acima e as propriedades das potências, pode-se encontrar qual solução para a equação $2^x = \sqrt[3]{4}$? **RESP. A**

(A) 2/3.
(B) 1/2.
(C) 2.
(D) 3/2.
(E) 4/3.

PROPRIEDADES DE POTÊNCIAS

$$a^0 = 1 \qquad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad a^n : a^m = a^{n-m} \qquad a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$a^1 = a \qquad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

13. Equação exponencial: 1º tipo

Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/>.
Acesso em: 26.abri.2018

A charge do Calvin (tira diária – veiculada entre 1985 até 1995 - criada pelo cartunista americano Bill Watterson) relata uma situação crítica do cálculo numérico.
Mas, sabemos, que o cálculo numérico é desenvolvido através de regras e propriedades pertinentes ao tema estudado. Não se resolve na fé!!!

O processo de resolução de uma equação exponencial, do 1º tipo, objetiva igualar as duas bases para o manuseio dos expoentes.

Assim, através de manipulação algébrica, apresente a solução para a equação

$$81^{1-3x} = 27$$

(A) $\{1/12\}$ **RESP. A**
(B) $\{-1/3\}$
(C) $\{12\}$
(D) $\{-2/5\}$
(E) $\{1\}$

14. Função Inversa: $f^{-1}(x)$

Disponivel em: https://br.pinterest.com/pin/>
Acesso em: 27/05/2019

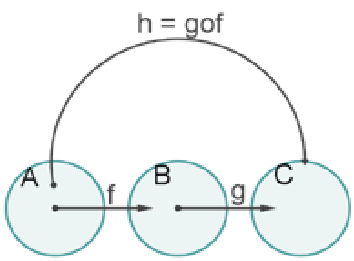
O procedimento para obter a função inversa $f^{-1}(x)$ de uma função dada é inverter a imagem pelo domínio, ou seja, troca-se y por x.

Após tal procedimento se faz necessário isolar a imagem obtida.

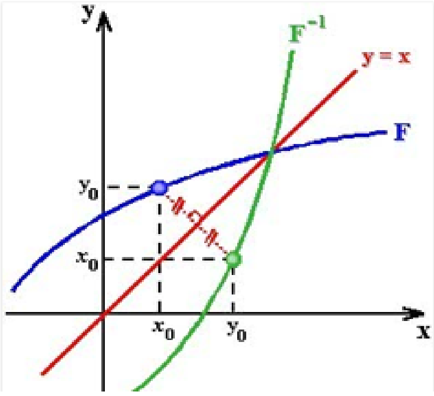
Assim, usando esses procedimentos algébricos, apresente a função inversa $f^{-1}(x)$ da função $f(x) = \frac{x-1}{x}$.

(A) $f^{-1} = \frac{1}{x+1}$
(B) $f^{-1} = x - 5$
(C) $f^{-1} = x + 1$
(D) $f^{-1} = \frac{3x-4}{x-1}$
(E) $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-x}$ **RESP. E**

15. A proposta de resolução de uma função composta e inversa tem por início a proposta da função composta e, posteriormente, a inversão da função resultante.

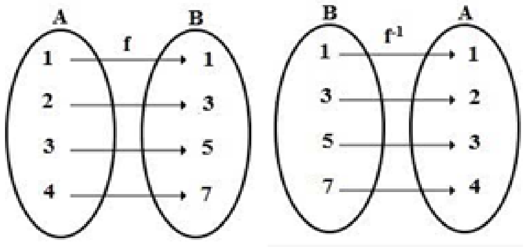


Definição de função composta
Dadas as **funções** f: A → B e g: B → C, a **função composta** de g com f é a função h(x) = g(f(x)), que também pode ser representada como gof(x) – que é lida como "g bola f de x".



Função Inversa = $f^{-1}(x)$

Recebe esse nome pois a partir de uma dada função, é possível inverter os elementos correspondentes de outra. Em outros termos, troca-se o valor de x por y,



Assim, procure desenvolver e solucionar a função composta e inversa

Sejam dadas as funções: $f(x) = \frac{x+1}{3x-1}$ e $g(x) = 2x + 3$ pede-se calcular $(f \circ g)^{-1}(-2)$. **RESP. – 10/7**

16. Aplicando algumas propriedades operatórias de logaritmos e usando os valores dados $\log 2 = 0{,}301$, $\log 3 = 0{,}477$ e $\log 7 = 0{,}845$, calcule o valor de $\log 1260$. **RESP. 3,1**

17. A ideia que concebeu o logaritmo é muito simples, ou seja, podemos associar o termo *Logaritmo*, como sendo uma denominação para expoente. Dessa forma definimos de formalmente logaritmos, da seguinte maneira:

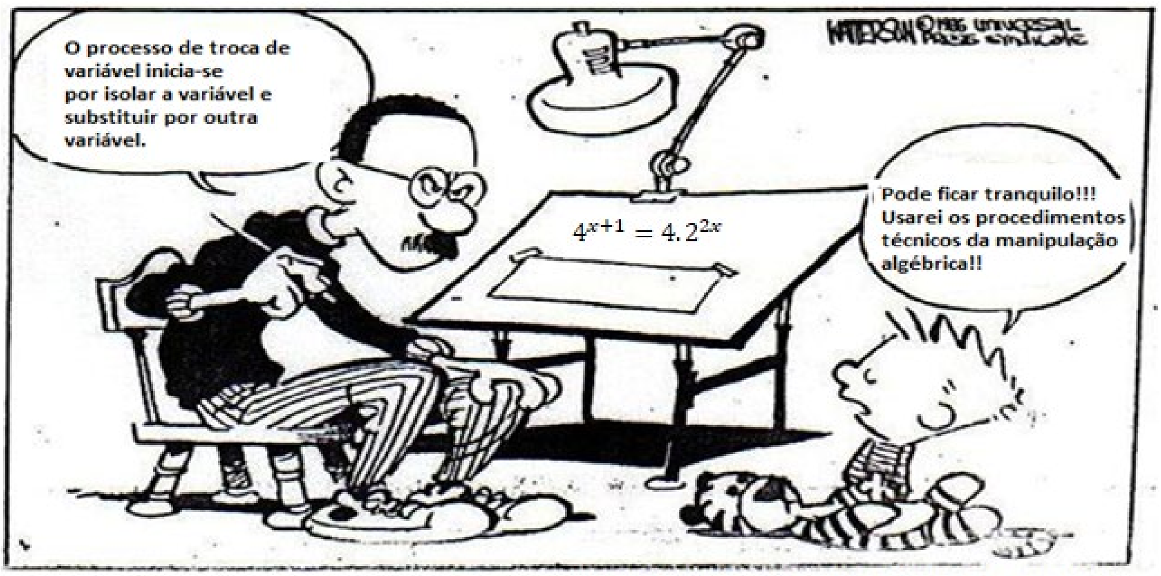
$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$, sendo b > 0 , a > 0 e a ≠ 1

Onde destacamos os seguintes elementos:

- **a** = Base do logaritmo;
- **b** = logaritmando ou antilogaritmo
- **x** = logaritmo

De acordo com o exposto acima demonstre a resolução da expressão: $\log_3 3^{-1}$ **RESP. -1**

18. Equação exponencial – 2º tipo



Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/>
Acesso em: 27/05/2019

Então, de acordo com o procedimento de troca de variável e manipulação algébrica, desenvolva e apresente a solução da equação exponencial dada. **RESP. {-2, 1}**

$$4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$$

19. A ideia de resolução de uma equação exponencial, do 2º tipo, foi mencionada na questão anterior. Mas, há situações, que necessitamos do auxílio de logaritmos para completar a resolução da equação.

Então, de acordo com situação descrita, apresente a proposta de solução da equação $3^x + 3^{x+1} = 8$, sabendo que $\log 2 = 0{,}3010$ e $\log 3 = 0{,}4771$. **RESP. {0,6309}**

20. Dados $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 3 = 0{,}48$, calcule, com aproximação de duas casas decimais e usando **"mudança de base"**, o valor do logaritmo $\log_2 3$ **RESP. 1,**

Texto 1

Progressão aritmética (P.A.) é uma sequência numérica em que o próximo elemento da sequência é o número anterior somando a uma constante *r*. Este *r* é chamado de razão da **P.A.** Para sabermos qual a razão de uma **P.A.** basta subtrair um elemento qualquer pelo seu antecessor.

P.A crescente: r > 0, então os elementos estarão em ordem crescente.
P.A constate: r = 0, então os elementos serão todos iguais.
P.A decrescente: r < 0, então os elementos estarão em ordem decrescente.

Texto 2

Propriedades da Progressão Aritmética P.A.:

$PA = (a, b, c) \Rightarrow b = \dfrac{a+c}{2}$

$Três\ números\ escritos\ em\ PA = (x-r, x, x+r)$

$a_n = a_1 + (n-1).r$

a_n: é o termo geral;
a_1: é o primeiro termo da P.A.;
n: é o número de termos ou o total de termos;
r: é a razão.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

Texto 3

Progressão geométrica (PG) é toda sequência de números na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior. Esse quociente é chamado razão (q) da progressão.

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$S_n = \dfrac{a_n \cdot q - a_1}{q-1}$

$S_n = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}$

$(a, b, c) \rightarrow b^2 = a$

$q = \dfrac{a_n}{a_{n-1}}$

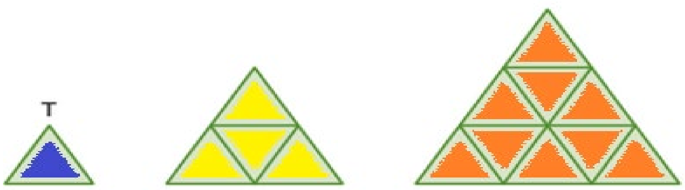
$S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}$

$\dfrac{x}{q}; x; x \cdot q$

Os textos 1, 2 e 3 servem de apoio para a resolução das questões propostas.

21. O triângulo equilátero T a seguir tem lado 1. Juntando triângulos congruentes a esse, podemos formar outros triângulos equiláteros maiores, conforme indicado no desenho abaixo.

Qual é a medida do lado do triângulo equilátero formado por 49 dos triângulos T.



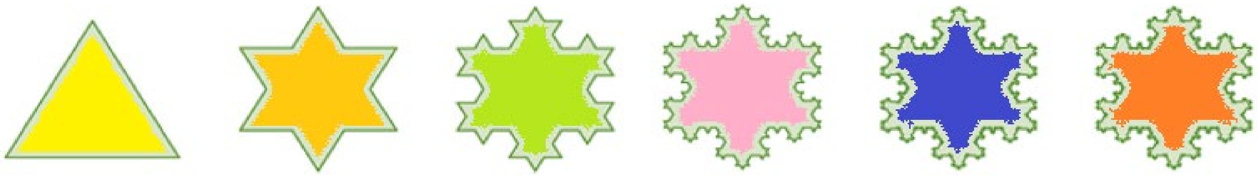
(A) 7
(B) 9 **RESP. B**
(C) 13
(D) 21
(E) 49

22. Uma pessoa resolveu fazer sua caminhada matinal passando a percorrer, a cada dia, 100 metros mais do que no dia anterior. Ao completar o 21º dia de caminhada, observou ter percorrido, nesse dia, 6.000 metros.

A distância total percorrida nos 21 dias foi de:

(A) 125.500 m
(B) 105.000 m **RESP. B**
(C) 90.000 m
(D) 87.500 m
(E) 80.000 m

23. O termo "fractal" foi criado em 1975 por Benoit Mandelbrot, pesquisador da IBM e autor de trabalhos pioneiros sobre fractais. A característica principal de um fractal é a repetição de padrões. Por exemplo, partindo de um triângulo equilátero, dividimos cada lado em três partes iguais e desenhamos, externamente ao triângulo original, um novo triângulo equilátero em que um dos lados é o segmento central obtido dessa divisão; a seguir, apagamos o segmento central. Repetimos esse procedimento para cada lado do polígono obtido com o primeiro procedimento, e assim por diante. Consideremos todos os infinitos polígonos obtidos dessa maneira, tal que a sequência formada pelos números de lados seja crescente.



O número de lados do 6º polígono dessa sequência é:

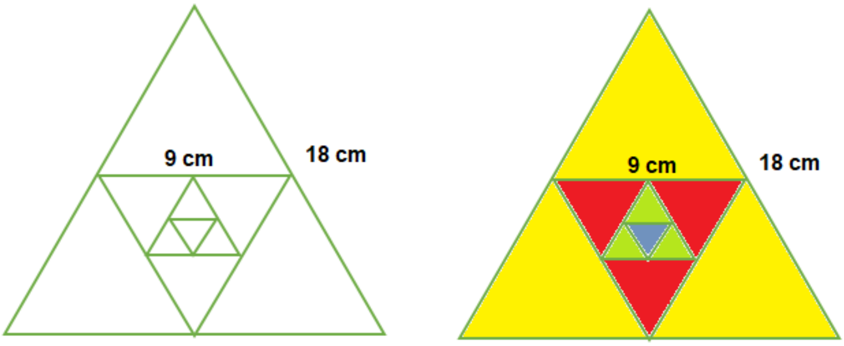
(A) 192
(B) 768 **RESP. B**
(C) 1.264
(D) 2.288
(E) 3.072

24. Do estudo da Álgebra sabemos que podemos resolver problemas matemáticos através de formulário ou através de lógica indutiva.

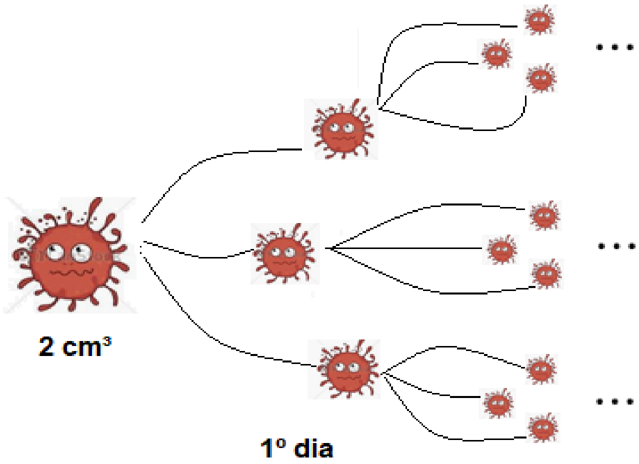
Utilizando os conhecimentos adquiridos, use qualquer método para calcular quantos termos possui a PG (6, 18, ... , 1458).
(A) 5
(B) 6 **RESP. B**
(C) 7
(D) 8
(E) 9

25. Um teatro possui 12 poltronas na primeira fileira, 14 na segunda e 16 na terceira; as demais fileiras se compõem na mesma sequência. Quantas fileiras são necessárias para o teatro ter um total de 620 poltronas?
RESP. 20 FILEIRAS

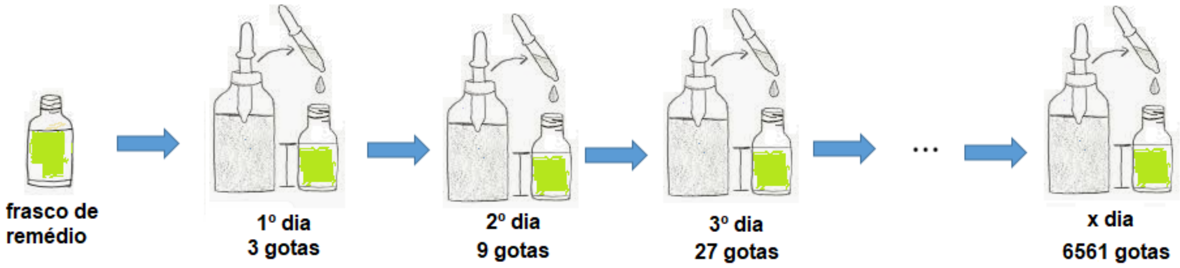
26. Um triângulo equilátero tem o lado medindo 18 cm. Unindo-se os pontos médios dos lados desse triângulo, obtém-se um segundo triângulo equilátero, unindo-se os pontos médios dos lados desse segundo triângulo, obtém-se um terceiro e assim por diante, indefinidamente. Qual é a soma dos perímetros de todos esses triângulos? **RESP. 108 u.c.**



27. Uma cultura de certa bactéria, mantida sob determinadas condições, triplica o volume a cada dia que passa. Se o volume inicial dessa bactéria é de 2 cm³, qual será o volume no 8° dia? **RESP. 4.374 cm³**

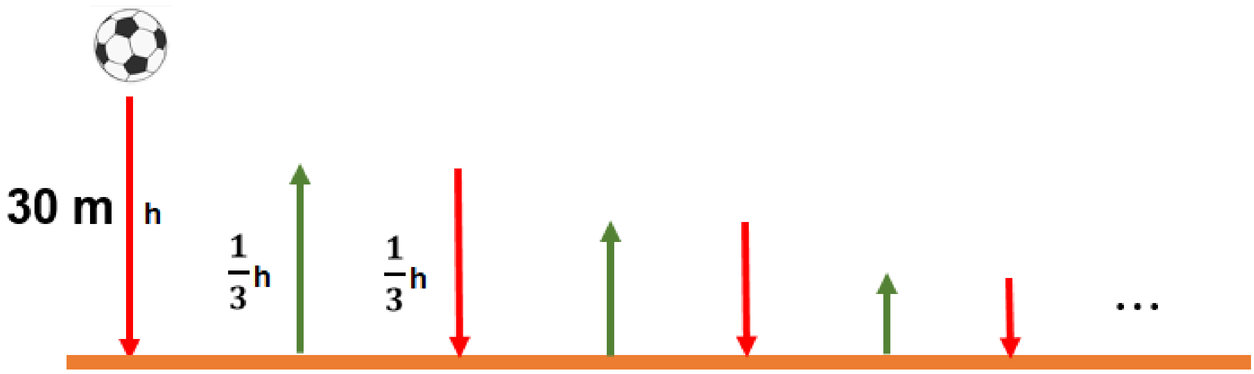


28. No primeiro dia do mês, um frasco recebe três gotas de um remédio; no segundo dia ele recebe nove gotas; no terceiro dia recebe 27 gotas, e assim por diante. No dia em que recebeu 6561 gotas ficou completamente cheio. Em que dia do mês isso aconteceu? **RESP. 7º DIA**



29. Calcule o valor de x na igualdade $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} = \frac{200}{27}$, sabendo que os termos do 1° membro formam uma PG.
RESP. 5

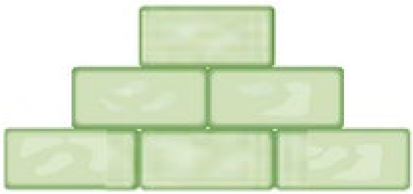
30. Uma bola de borracha cai de uma altura de 30 metros. Após o choque com o solo, a bola sobe a uma altura de $\frac{1}{3}$ da altura anterior. Se deixarmos a bola subir e descer sem interrupção, qual será a distância total percorrida por ela? **RESP. 60 m**



31. Numa PA, $a_9 + a_{15} = 72 \ e \ a_{12} + a_{20} = 96$. Calcule a soma dos 20 primeiros termos dessa PA.
RESP. 630

32. Usando-se um conta-gotas, um produto químico é misturado a uma quantidade de água da seguinte forma: a mistura é feita em intervalos regulares, sendo que no primeiro intervalo são colocadas quatro gotas e nos intervalos seguintes são colocadas quatro gotas mais a quantidade misturada no intervalo anterior. Sabendo-se que no último intervalo o número de gotas é 100, determine o total de gotas do produto misturadas à água.
RESP. 1300 GOTAS

33. Com o objetivo de melhorar a iluminação de um ambiente, um arquiteto projetou parte de uma parede com 820 tijolos de vidro. Esses tijolos devem ser dispostos na forma de um triângulo, de modo que, a partir da segunda fileira, cada tijolo se apoie sobre dois tijolos da fileira inferior até a última, que terá apenas um tijolo, conforme a figura que apresenta as três últimas fileiras.



Qual o número de tijolos da primeira fileira? **RESP. 40 TIJOLOS**

34. Resolva a equação $3 + 8 + 13 + \cdots + x = 570$, sabendo-se os termos do primeiro membro, dessa equação, estão em progressão aritmética. **RESP. 73**

35. Um atleta nadou, hoje, 500 metros. Nos próximos dias, ele pretende aumentar gradativamente essa marca, nadando, a cada dia, uma mesma distância a mais do que nadou no dia anterior. No 15º dia, ele que nadar 3300 metros. Determine:

a) a distância que ele deverá nadar a mais por dia. **RESP. 200 m**

b) a distância que deverá nadar no 10º dia. **RESP. 2300 m**

36. Tome um quadrado de lado 20 cm (figura 1) e retire sua metade (figura 2). Retire depois um terço do que restou (figura 3). Continue o mesmo procedimento, retirando um quarto do que restou, depois um quinto do novo resto e assim por diante.

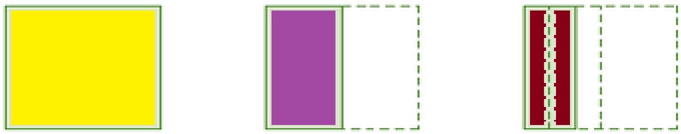
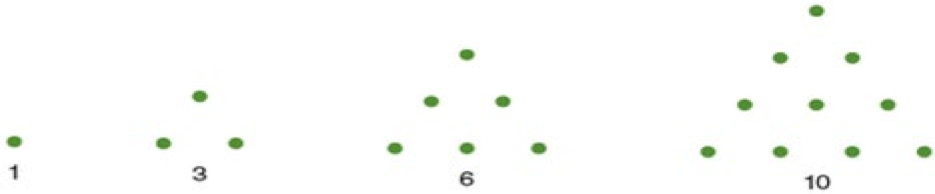


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Desse modo, qual será a área da figura 100?

(A) 0 cm² (B) 2 cm² (C) 4 cm² (D)10 cm² (E) 40 cm² **Resp. (C)**

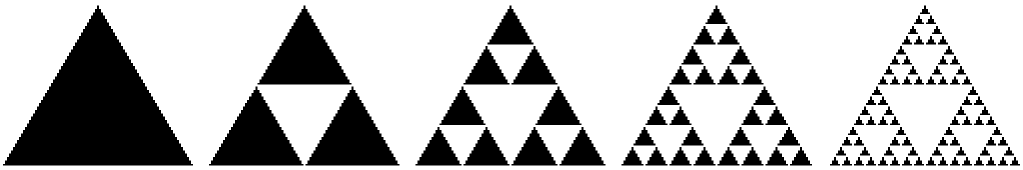
37. "Números triangulares" são números que podem ser representados por pontos arranjados na forma de triângulos equiláteros. É conveniente definir 1 como o primeiro número triangular. Apresentamos a seguir os primeiros números triangulares.



Se T_n representa o n-ésimo número triangular, então $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$, $T_4 = 10$, e assim por diante. Dado que Tn satisfaz a relação $T_n = T_{n-1} + n$, para $n = 2, 3, 4, ...$, pode-se deduzir que T_{100} é igual a:

(A) 5.050 (B) 4.950 (C) 2.187 (D) 1.458 (E) 729 **Resp. (A)**

38. A sequência de figuras abaixo representa os cinco primeiros passos da construção do conjunto de Sierpinski. Os vértices dos triângulos brancos construídos são os pontos médios dos lados dos triângulos escuros da figura anterior. Denominamos a1, a2, a3, a4 e a5, respectivamente, as áreas das regiões escuras da primeira, segunda, terceira, quarta e quinta figuras da sequência.



Podemos afirmar que a1, a2, a3, a4 e a5 estão, nessa ordem, em progressão geométrica de razão:

(A) 3/4 (B) 1/2 (C) 1/3 (D) 1/4 (E) 1/5 **Resp. (A)**